

## ETUDE PAR SIMULATION THERMIQUE DE LA COUCHE LIMITE DE DIFFUSION AVEC REACTION DE SURFACE EN REGIMES LAMINAIRE ET TURBULENT

M. LEDOUX et P. VALENTIN

Université de Rouen, Laboratoire de Thermodynamique, LA 230,  
B.P. 67, 76130 Mont-Saint-Aignan, France

(Reçu le 18 décembre 1975 et le manuscrit révisé le 30 juillet 1976)

**Résumé**—L'écriture adimensionnelle des équations de transport de chaleur et de masse dans une couche limite conduit à des systèmes formellement identiques. On peut donc simuler une couche limite de diffusion avec réaction pariétale, par une couche limite thermique, à condition d'imposer à la paroi une loi de chauffage appropriée. On a réalisé ici une telle simulation dans un cas de réacteur cylindrique axial à face active extérieure. L'étude a été menée en régime laminaire et turbulent, en mettant en évidence l'action des différents paramètres de la simulation. On a développé un procédé de calcul utilisable tant en laminaire qu'en turbulent qui a été comparé aux valeurs expérimentales. La méthode de simulation thermique a été également appliquée aux cas du sillage catalytique et du réacteur annulaire.

### NOMENCLATURE

<p><math>a</math>, diffusivité thermique, <math>= \lambda / \rho C_p</math> [<math>L^2 T^{-1}</math>];</p> <p><math>C</math>, titre massique [adim.];</p> <p><math>C_f</math>, coefficient de frottement <math>2\mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right _{\lambda_w} / \rho U_e^2</math>;</p> <p><math>D</math>, coefficient de diffusion [<math>L^2 T^{-1}</math>];</p> <p><math>h</math>, coefficient de convection <math>\phi / \Delta T</math> ou <math>\frac{J_w}{D \Delta C}</math>;</p> <p><math>J</math>, densité de flux massique [<math>ML^{-2} T^{-1}</math>];</p> <p><math>k</math>, constante de cinétique chimique [<math>M^{1-n} L^{-2+3n} T^{-1}</math>];</p> <p><math>K</math>, constante de simulation;</p> <p><math>m</math>, concentration réduite <math>C/C_e</math> [adim.];</p> <p><math>n</math>, ordre de la réaction [adim.];</p> <p><math>Pr</math>, nombre de Prandtl, <math>= \nu/a</math> [adim.];</p> <p><math>Pe</math>, nombre de Peclet <math>U_m x/D</math>; <math>U_m x/a</math> [adim.];</p> <p><math>r</math>, rayon du cylindre [L];</p> <p><math>R_x</math>, nombre de Reynolds <math>U_e x/\nu</math> [adim.];</p> <p><math>Sc</math>, nombre de Schmidt <math>\nu/D</math> [adim.];</p> <p><math>Sh</math>, nombre de Sherwood <math>\frac{J_x}{\rho D \Delta C}</math> [adim.];</p> <p><math>St</math>, nombre de Stanton <math>\phi / U_e C_p \Delta T</math> ou <math>J / \rho U_e \Delta C</math> [adim.];</p> <p><math>T, T_w, T_e, T_r</math>, température locale, de paroi, d'écoulement extérieur, de référence;</p> <p><math>U</math>, vecteur vitesse [<math>LT^{-1}</math>];</p> <p><math>u, v</math>, composantes longitudinale et transverse du vecteur vitesse;</p> <p><math>u^*, v^*</math>, vitesses réduites [adim.];</p> <p><math>x, y</math>, coordonnées longitudinale et transverse [L];</p> <p><math>x^*, y^*</math>, coordonnées réduites [adim.];</p> <p><math>z</math>, variable réduite [définie par (17)] [adim.];</p> <p><math>Z</math>, valeur de <math>z</math> relative à la longueur du premier élément du simulateur [adim.];</p> <p><math>\xi</math>, paramètre de courbure <math>4r^{-1}(\nu x)^{1/2} U_e^{-1/2}</math> [adim.];</p>	<p><math>\lambda</math>, conductibilité thermique;</p> <p><math>\theta</math>, température réduite <math>T_r - T / T_r - T_e</math> [adim.];</p> <p><math>\nu</math>, viscosité cinématique [<math>L^2 T^{-1}</math>];</p> <p><math>\rho</math>, masse volumique [<math>ML^{-3}</math>];</p> <p><math>\phi</math>, densité de flux pariétale [<math>MT^{-3}</math>].</p>
---	--

LA COUCHE limite de diffusion avec réactions chimiques pose le problème de l'interaction d'un écoulement et d'une ou plusieurs réactions. Les résultats de ces réactions dépendent en principe autant de l'apport par convection ou diffusion que de la cinétique purement réactionnelle; les produits ne présentent donc pas en général de concentration d'équilibre.

Le champ d'application d'études de ce type est très large: on en trouve par exemple l'utilisation dans la conception des réacteurs chimiques, l'étude de la convection vive, l'usinage par ablation ou l'absorption par la végétation d'effluents toxiques transportés par le vent. Le biologiste est confronté avec ces problèmes dans l'observation des transferts gazeux au sein des organismes vivants.

La connaissance de ces phénomènes résulte en général de l'expérience directe, quelquefois de prévisions théoriques. Par contre l'identité des équations décrivant les transports de chaleur et de masse a été peu utilisée jusqu'ici dans le cas de la couche limite avec réaction chimique.

### 1. LA SIMULATION THERMIQUE

Dans tout ce qui suit, on se limitera à l'étude de la couche limite dans un fluide transportant un réactif; ce dernier élément subit une réaction de disparition (ou d'apparition) confinée à la paroi du solide qui développe la couche limite. Nous excluons donc de la présente discussion le cas de la réaction en phase homogène. Trois phénomènes sont en compétition: un transport par convection forcée des espèces réagis-

santes, un transport par diffusion dû aux gradients de concentration, des apparitions (ou disparitions) du composant dues à la réaction chimique qui constituent un transport réactif.

Considérons maintenant un solide de même géométrie que le précédent, développant également une couche limite, mais fournissant cette fois au fluide de l'énergie thermique: on retrouve, dans la couche limite, trois phénomènes compétitifs, formellement analogues aux précédents: convection, conduction thermique, chauffage pariétal (densité de flux  $\phi$  à la paroi).

Les équations de bilan dans une couche de diffusion et dans une couche thermique sont semblables. En imposant une loi de chauffage pariétal prenant la forme d'une loi de cinétique chimique, on obtiendra des profils de température riches en information sur la structure de la couche de diffusion analogue. Nous allons préciser la forme de cette loi de chauffage. Pour cela, écrivons sous forme adimensionnelle le système d'équation régissant le transport d'un réactif dilué dans un fluide vecteur  $A$  qui s'écoule autour d'un corps catalysant une réaction de disparition de ce réactif. Pour la simplicité de l'écriture, ce corps adoptera la forme d'une plaque plane, la vitesse d'écoulement extérieure  $U_e$  étant supposée constante. Il est bien entendu que le principe de la simulation restera valable pour des cas beaucoup plus complexes.

Introduisant la concentration réduite  $m = C/C_e$  ( $C$  et  $C_e$  sont des titres massiques), les coordonnées réduites  $x^*$  et  $y^*$  définies par  $U_e x/v$  et  $U_e y/v$  et les vitesses réduites  $u^* = u/U_e$ ,  $v^* = v/U_e$ , l'équation de continuité prend la forme:

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \tag{1}$$

l'équation de la quantité de mouvement:

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \tag{2}$$

l'équation de la continuité des espèces

$$u^* \frac{\partial m}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial m}{\partial y^*} = \frac{1}{Sc} \frac{\partial^2 m}{\partial y^{*2}} \tag{3}$$

où  $Sc = \nu_A/D$  nombre de Schmidt et  $\nu_A$  est la viscosité cinématique du fluide vecteur et  $D$  le coefficient de diffusion mutuel du réactif et de  $A$ .

Exprimons les conditions d'écoulement extérieur:

$$y^* \rightarrow \infty \quad U^* = 1 \tag{4a}$$

$$x^* = 0, \text{ quel que soit } y^* \quad m = 1 \tag{4b}$$

A la paroi

$$y^* = 0 \quad x^* \neq 0 \quad U^* = 0 \tag{5a}$$

$$\left. \frac{\partial m_w}{\partial y^*} \right|_{y^*=0} = \frac{k}{D_A} \frac{U_e}{\nu_A} (\rho C_e)^{n-1} m_w^n \tag{5b}$$

(5a) est une condition de non glissement, (5b) exprime que le réactif disparaît à la paroi par une réaction de cinétique  $k$  et d'ordre  $n$ .

Considérons maintenant l'écriture adimensionnelle des équations décrivant une couche limite thermique

au-dessus d'une plaque plane délivrant une densité de flux  $\phi(x)$  à un fluide ( $B$ ).

Introduisons pour cela la variable  $\theta$ :

$\theta = (T_r - T)/(T_r - T_e)$  où  $T_r$  est une température de référence dont nous verrons plus loin le rôle.

Nous retrouvons les équations (1) et (2) complétées par les équations de la chaleur:

$$u^* \frac{\partial \theta}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial \theta}{\partial y^*} = \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^{*2}} \tag{6}$$

$Pr = \nu_B/a_B = \mu_B C_p/\lambda_B$  est le nombre de Prandtl du fluide  $B$ .

Nous avons, dans l'écoulement libre:

$$y^* \rightarrow \infty \quad U^* = 1 \tag{7a}$$

$$x^* = 0, \text{ quel que soit } y^* \quad \theta = 1. \tag{7b}$$

Et, à la paroi:

$$y^* = 0 \quad x^* \neq 0 \quad U^* = 0 \tag{8a}$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial y^*} \right|_{y^*=0} = \frac{\phi(x) U_e}{\nu_B \lambda_B (T_r - T_e)} \tag{8b}$$

Les systèmes (1)-(3) et (1), (2), et (6) sont formellement identiques, ainsi que les conditions (4a), (4b) et (5a) et (7a), (7b) et (8a). Les champs de  $m(x, y)$  et  $\theta(x, y)$  seront donc identiques sous deux conditions:

$$(a) Pr_B = Sc_A \tag{9}$$

$$(b) \phi = \frac{\nu_B}{\nu_A} \frac{U_{eA}}{U_{eB}} \times \frac{k}{D_A} (\rho C_e)^{n-1} \lambda (T_r - T_e) \theta_w^n \tag{10}$$

La réalisation de (9) et (10) constitue une véritable *simulation thermique* d'une couche limite de diffusion avec réaction pariétale. Nous mettrons souvent (10) sous la forme:  $\phi = K \theta_w^n$ .

La définition de  $K$  nous montre que la réalisation d'une seule simulation nous informe sur toute une classe de phénomènes diffusifs originaux.  $T_r$  a un double rôle: elle intervient dans la définition de  $K$ , son choix permet donc, dans la simulation d'une réaction définie par  $k$  et  $n$ , de se fixer un domaine de variation pour la valeur pariétale de l'analogie de la concentration réduite  $\theta_w$ , et partant, du flux.

De plus, c'est la température au-delà de laquelle la simulation n'a plus de sens: si  $T$  devient plus grand que  $T_r$ ,  $\theta$  devient négatif et ne peut plus être l'analogie d'une concentration. Ainsi, la simulation d'une réaction d'ordre 0 est simulée par un chauffage à flux pariétal constant: la température croît continuellement avec  $x$ ,  $\theta_w$  peut varier alors entre 1 et  $-\infty$ ; dans le phénomène original,  $m_w$  ne peut devenir inférieure à 0. Notons enfin qu'une *disparition* de réactif est simulée par un *chauffage*.

La simulation thermique n'a, à notre connaissance, été utilisée que pour l'étude de réaction d'ordre un, par Lassau [1] et Lassalles [2]. De plus, le principe utilisé par ces auteurs ne permet pas l'étude de cinétiques d'ordres différents de l'unité. C'est pourquoi, nous avons entrepris la construction d'un dispositif permettant la simulation de réactions de loi de cinétique de forme générale  $J_w = -f(\theta_w)$ .

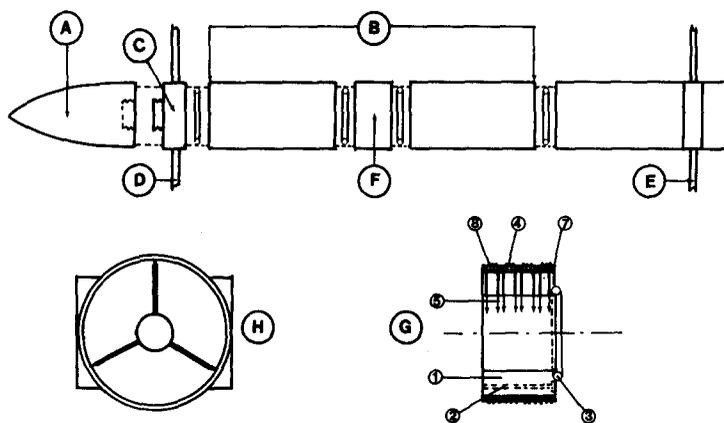


FIG. 1. Schéma du modèle.

Notons enfin que le principe de cette simulation ne se restreint pas à la plaque mais il est valable pour des géométries quelconques.

## 2. LE DISPOSITIF EXPERIMENTAL

La condition (9) pose le problème du choix du fluide "simulant". Dans le cas d'un gaz, on est rapidement amené, dans le bilan de chaleur pariétal, à faire intervenir des corrections dues au rayonnement. C'est pourquoi, pour ces premières expériences, nous avons préféré choisir un liquide comme fluide (B). Les propriétés physiques d'un tel fluide sont en général variables avec la température: nous nous sommes affranchis de cette difficulté en effectuant, au moment du tracé des courbes dans le repère ( $m, z$ ) ( $z$  est une variable réduite d'espace) des courbes expérimentales, une correction sur la variable  $z$ . Dans (3) on expose le principe et la justification de cette correction.

Nous avons réalisé la condition (10) en construisant un modèle de simulateur de réacteur cylindrique axial à surface active extérieure.

On ne peut réaliser la loi (10) de manière continue pour  $n$  différent de un. C'est pourquoi la partie chauffante a été divisée en éléments chauffants annulaires jointifs. Chaque élément dissipe une densité de flux constante  $\bar{\phi}_i$  que l'on associe à la valeur moyenne de  $\theta_w$  sur cet élément,  $\bar{\theta}_{w_i}$  suivant la loi:  $\bar{\phi}_i = f(\bar{\theta}_{w_i})$  de la forme (10).

Le modèle se compose de 3 parties (Fig. 1):

(a) Une zone d'attaque A, que nous appellerons nez du modèle destinée à établir la couche limite, sur la partie cylindrique, sans créer les tourbillons que provoquerait une attaque abrupte. Ce nez est en téflon et a la forme d'un tronçon de paraboléoïde de révolution.

(b) Une partie chauffante B, cylindrique, destinée à la "catalyse thermique".

(c) Une partie isolante, cylindrique, E, destinée à supprimer la répercussion de l'effet de sillage dynamique sur les derniers éléments de B. C'est un cylindre creux, construit en PVC.

Entre le nez et la partie chauffante se fixe une monture isolante C supportant trois tiges radiales servant à la fixation du modèle dans la veine. Trois tiges assurent la fixation.

Le diamètre de la partie cylindrique est 0,07 m. Le nez a une longueur de 0,14 m, son support C a une épaisseur de 0,025 m. La partie cylindrique B a 0,31 m de long et la partie athermane E 0,19 cm.

La zone où s'effectue la simulation est constituée de 36 éléments chauffants. Pour faciliter le montage, ces éléments sont répartis en huit blocs annulaires (Fig. 1) supportant entre 2 et 7 éléments chacun.

Chaque bloc est composé (les chiffres renvoient à la Fig. 1):

(a) D'un support (1) en résine epoxy chargée (silitrolite ET 8420), qui prend la forme d'un cylindre de 0,07 m de diamètre extérieur, alésé intérieurement à 0,045 m. Les alésages forment un couloir qui contient les connexions. Il faut donc l'isoler du fluide: l'étanchéité est assurée par des joints toriques.

(b) Sur la périphérie de ce support sont usinées des gorges en nombre égal au nombre d'éléments supportés par le bloc; elles ont 0,00035 m de profondeur. Deux gorges sont séparées par 0,0003 m. Dans chacune d'elles, nous avons bobiné une couche de fil de constantan émaillé (4) de 0,0003 m de diamètre que nous avons collé sur le support à l'aide d'un adhésif epoxy (silitrocol) à bonne tenue en température: des essais nous ont permis de supporter 150°C. Les fils de chauffage traversent l'araldite pour être soudés sur des cosses (5) qui sont reliées au faisceau d'alimentation à l'aide de connecteurs (6).

(c) Sur cet enroulement de chauffage est collée une épaisseur de ruban adhésif double-face à support polyester, d'une épaisseur de 0,0001 m (7). Sur l'autre face, nous enroulons les sondes de température (8). Ce sont des enroulements de fil d'alliage de nickel émaillé dont la résistance croît avec la température. Le fil employé ici a deux avantages sur le fil de platine des modèles précédents: son coefficient de température est plus fort ( $4,5 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  au lieu de  $3 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ). De plus, étant émaillé, il est isolé de l'eau par une couche beaucoup plus mince que tout ce qu'on peut réaliser par simple pulvérisation. Nous avons utilisé l'alliage Hytemco, fabriqué par Driver-Harris en fil émaillé de 0,0001 m de diamètre. Douze tours répartis aussi régulièrement que possible suffisent à moyenniser correctement la température.

A l'intérieur de chaque bloc, les fils de chauffage et de mesure sont reliés par des connecteurs à un faisceau qui sort par l'arrière du modèle.

$T_w$  est déduite de la résistance  $R$  des sondes précédemment décrites qui varie suivant la loi:  $R = R_0(1 + \alpha t)$ .

L'étalonnage des sondes nous a donné un coefficient de  $4,5 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .  $R_0$  est de l'ordre de  $70 \Omega$ . Les résistances  $R$  sont mesurées à l'aide d'un ohmmètre dont le courant de mesure provoque un échauffement négligeable des sondes. Le diamètre des sondes est suffisamment faible pour ne pas former de rugosité.

Les flux  $\overline{\phi}_i$  sont déduits de la puissance électrique fournie à chaque élément, que nous connaissons par la mesure de la tension efficace aux bornes de chacune des résistances de chauffage. Nous avons calculé l'erreur commise en négligeant les pertes dans l'isolant époxy support: elles n'excèdent pas 3% [3]. Le réglage de la puissance est effectué par un dispositif thyristorisé à décalage de phase qui ne délivre pas une tension sinusoïdale: la mesure de la tension a donc nécessité l'utilisation d'un voltmètre efficace.

Pour chaque élément, nous mesurons la résistance  $R(T_w)$  de la sonde et nous retouchons le chauffage jusqu'à ce que la loi (10) soit réalisée.

### 3. L'ETUDE EXPERIMENTALE DU REACTEUR CYLINDRIQUE

Les paramètres qui déterminent le champ de la variable  $\theta(x, y)$  sont:

- La géométrie du modèle et la répartition du catalyseur sur la surface.
- La vitesse à l'infini  $U_e$  de l'écoulement.
- Les propriétés du fluide caloporteur.
- Les caractéristiques de la cinétique de paroi  $K, n$ .
- La température de référence  $T_r$ .

L'un des buts de l'étude expérimentale est de mettre en évidence l'influence de chacun de ces paramètres. Un autre résultat intéressant sera, lors de la comparaison au calcul, de préciser certaines conditions d'application de la méthode.

(a) La géométrie du modèle est fixée et a été précisée au paragraphe précédent. On peut faire varier la répartition du catalyseur à la surface du modèle en ne réalisant la loi (10) que sur certains éléments: nous présenterons plus loin des résultats concernant les sillages catalytiques.

(b) La répartition de la vitesse à l'infini définit le régime d'écoulement en 2. La géométrie du modèle est de révolution. Le champ de vitesse sera donc en général différent de celui que l'on observe au-dessus d'une plaque plane: une étude dynamique décrira dans chaque cas de simulation le régime d'écoulement. Précisons que tous les résultats sont obtenus en l'absence de gradient de pression longitudinale. Nous présentons ici des études menées pour 3 régimes d'écoulement: laminaire, turbulent et laminaire annulaire. La soufflerie hydraulique est en circuit fermé. Elle est animée par une pompe volumétrique. La vitesse  $U_e$  peut être réglée de deux manières: par variation de la vitesse de rotation de cette pompe et par dérivation

de son débit dans un by-pass, le réglage s'opère alors par le jeu de deux vannes.

(c) Les propriétés du fluide "simulant" sont reliées à celles du fluide vecteur du phénomène diffusif par (9). Nous n'avons opéré que dans de l'eau.

(d) Les caractéristiques de la cinétique  $K$  et  $n$  sont reliées à celles des réactions étudiées par (10). Nous les avons fait varier.

(e) Nous verrons comment  $T_r$  permet de "dilater" les courbes  $\theta_w(x)$ .

#### 3.1. Etude expérimentale en régime laminaire

3.1.1. Etude dynamique. Parmi les études concernant la couche limite laminaire axisymétrique [4-7], nous nous appuyerons sur les résultats de Seban-Bond-Kelly [4, 5]. Ces auteurs ont montré que lorsque le paramètre  $v/U_e r$  est inférieur à 0,04 ( $r$  est le rayon du cylindre), l'écart entre les couches axisymétriques planes dépend d'un paramètre  $\xi$  défini par:

$$\xi = \frac{4}{r} \left( \frac{v x}{U_e} \right)^{1/2} \quad (11)$$

Le profil de vitesse s'écrit alors:

$$\frac{u}{U_e} = f'_0 + \xi f'_1 - \xi^2 f'_2 + \dots \quad (12)$$

où  $f'_0$  est la fonction de Blasius définissant le profil dans une plaque plane, et  $f'_1, f'_2 \dots$  des fonctions qu'ils ont calculées [4]. On voit que plus le rayon  $r$  est faible en regard de l'épaisseur de la couche limite, plus l'influence de  $f'_1$  et  $f'_2$ , pondérée par  $\xi(r)$  est sensible.

La variable qui nous intéresse est le coefficient de frottement  $C_f$  qu'on exprime par:

$$C_f(x) = \frac{2\mu}{\rho U_e^2} \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_w = 0,664 \left( \frac{v}{U_e x} \right)^{+1/2} (1 + 0,53 \xi) \\ = C_{f,pl} (1 + 0,53 \xi + \dots) \quad (13)$$

On voit que le transfert pariétal (de quantité de mouvement et, par extension, de chaleur ou de masse) diffère d'autant plus de celui observé à même abscisse sur une plaque plane que le coefficient  $\xi$  est important. C'est cette relation qui a guidé notre étude dynamique.

Notre modèle n'est pas cylindrique dès l'origine. Toutefois, à partir d'une certaine abscisse, on peut considérer que la couche limite se développe comme si le rayon de courbure était constant depuis l'origine: on définit ainsi une "abscisse fictive" que certains auteurs comme Eichhorn [8] situent au point de stagnation. Notre étude dynamique en régime laminaire a montré que cette variation du coefficient de frottement est compatible avec cette hypothèse et le calcul de Seban et Bond.

Les profils de vitesses ont été mesurés par anémométrie laser-Doppler en montage interférentiel [9].

Nous avons tracé des profils de vitesses, pour différentes valeurs de  $U_e$ , en quatre points du modèle et nous en avons déduit le coefficient de frottement en chacun de ces points. Nous avons trouvé un bon accord entre les valeurs ainsi mesurées et l'hypothèse faite plus haut. Nous utiliserons donc (13) pour calculer  $C_f$ .

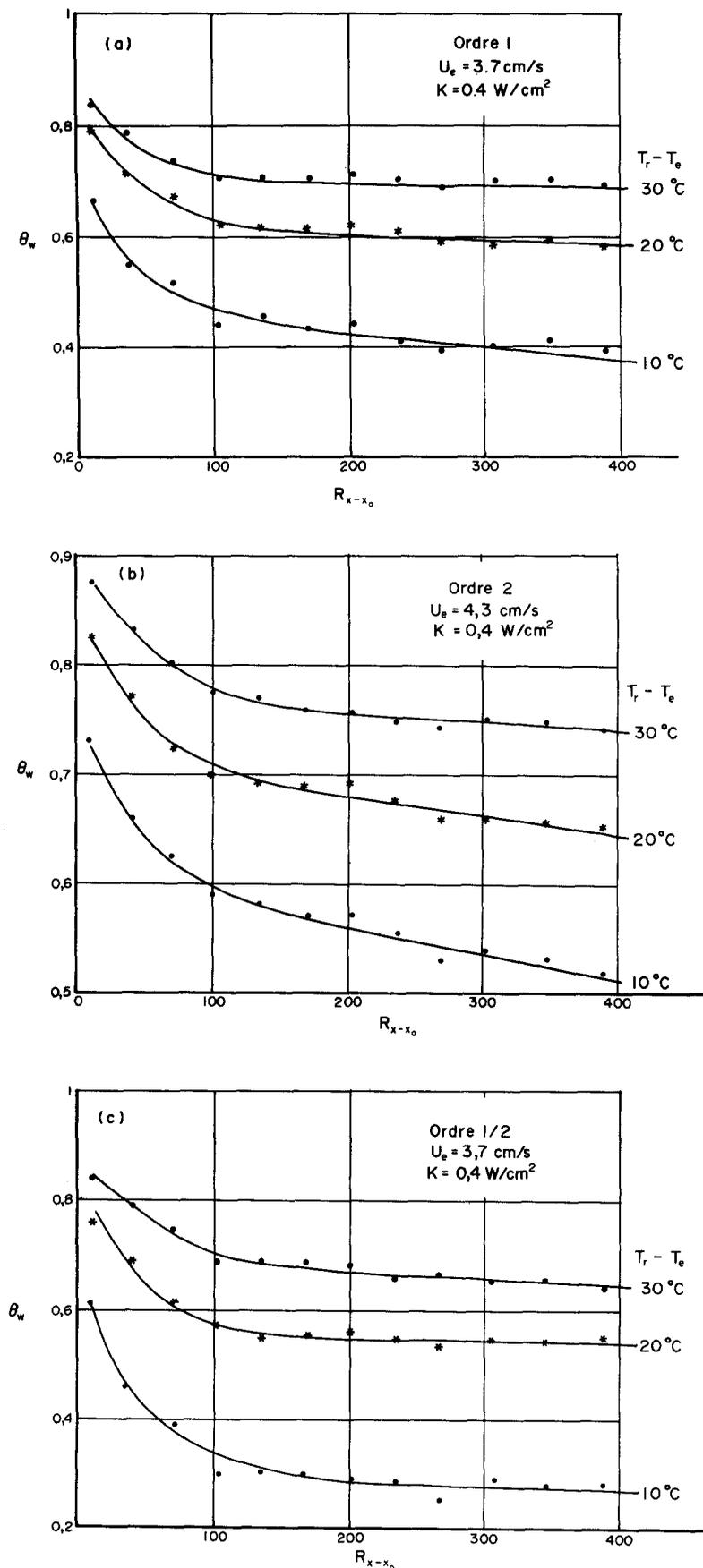


FIG. 2. Etude en régime laminaire; (a)  $n = 1$ ; (b)  $n = 2$ ; (c)  $n = 1/2$ ; (d) influence de l'ordre de réaction.

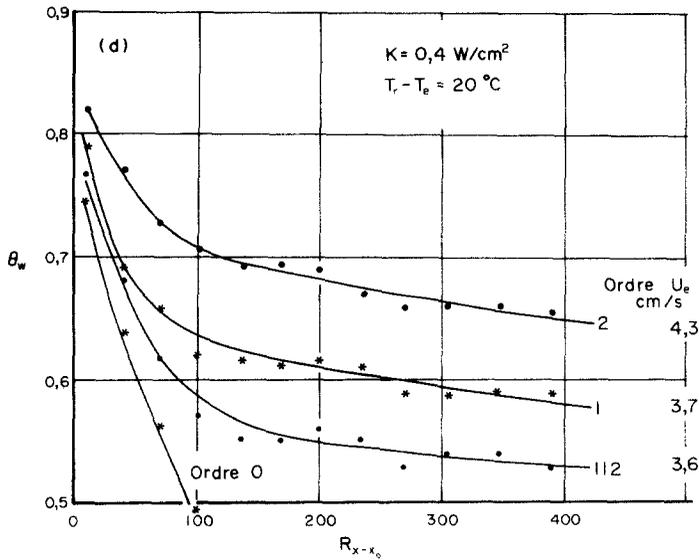


FIG. 2(d).

3.1.2. *Simulations thermiques en régime laminaire.*  
 Les Figs. 2-5 montrent les influences des paramètres principaux de la simulation  $\Delta T_r, n, K, U_e$ .

Les Figs. 2(a)-(c) permettent de vérifier que le choix de  $\Delta T_r = T_r - T_e$  impose un domaine de variation de  $\theta_w$ .

La Fig. 2(d) montre l'influence de l'ordre de la réaction. On retrouve qualitativement l'allure des variations calculées par Rosner [10].

3.2.

Lorsque le corps développant la couche limite de diffusion cesse, à partir d'une certaine abscisse, d'être catalytique, la concentration pariétale ne devient pas immédiatement égale à la concentration extérieure. On a donc, sur une certaine longueur, un sillage catalytique. La simulation d'un tel sillage est très simple: il suffit

de cesser le chauffage sur la longueur correspondante: la mesure des températures conduit alors à la répartition des concentrations pariétales dans le sillage catalytique.

Nous avons obtenu de tels profils en laminaire et en turbulent [3]. Nous en présentons (Fig. 3) un exemple en laminaire.

3.3. *Etude en régime turbulent*

3.3.1. Pour établir au-dessus de la partie chauffante de notre modèle un régime d'écoulement turbulent, nous avons intercalé, entre le nez et cette partie chauffante, un cylindre de 1 m de long et de même diamètre que le modèle. Nous avons mesuré les profils de vitesse radiaux à l'aide d'un anémomètre à fil chaud. En accord avec les travaux de Rao [11], nous trouvons,

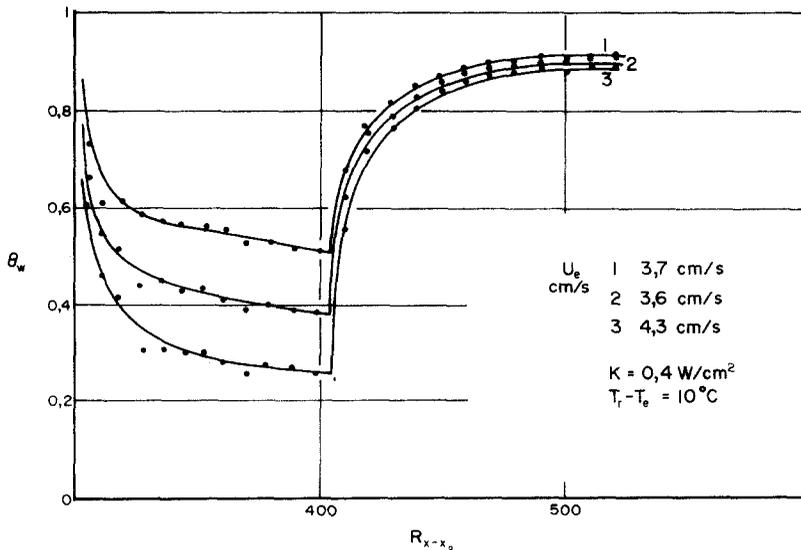


FIG. 3. Etude d'un sillage catalytique dans le cas d'un régime laminaire.

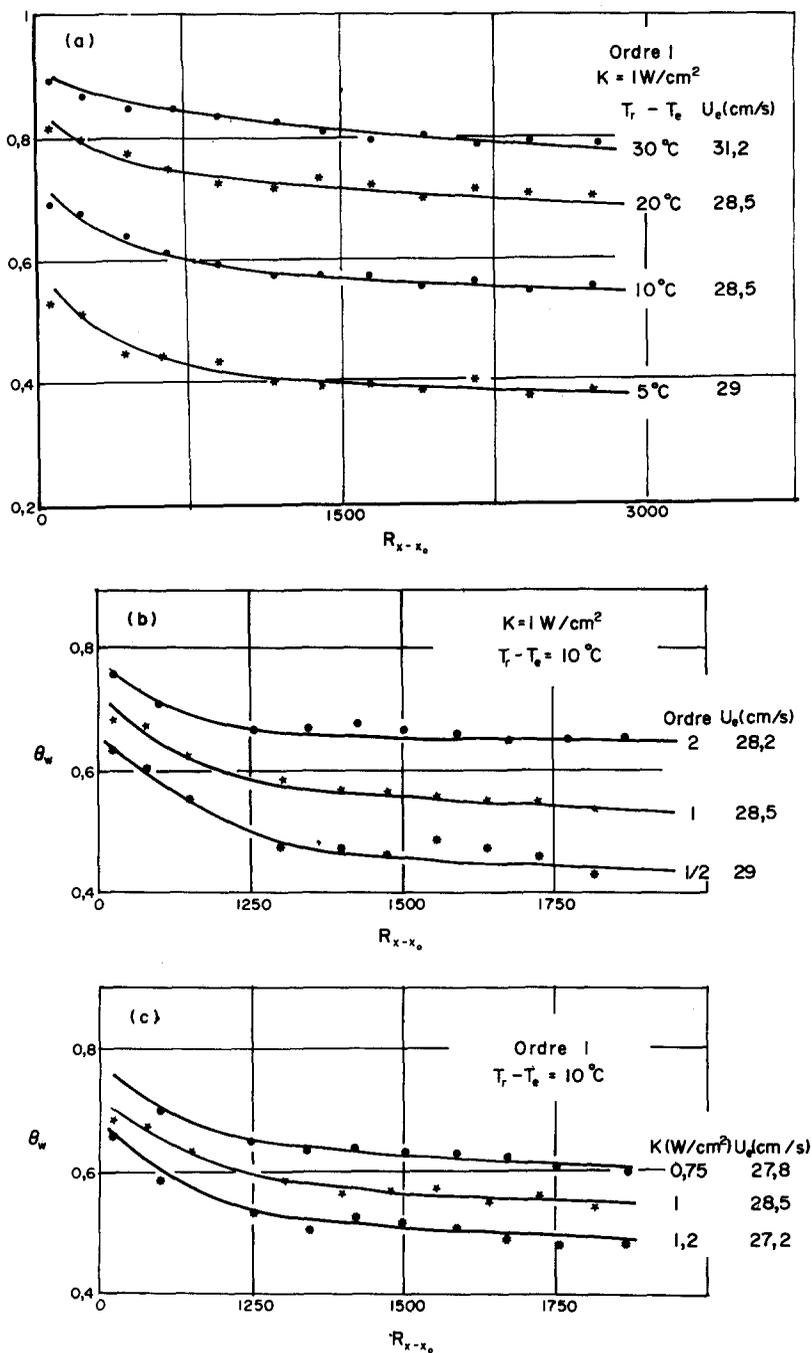


FIG. 4. Etude en régime turbulent pour une cinétique d'ordre 1; (a) influence de la température de référence; (b) influence de l'ordre de réaction; (c) influence de la cinétique  $K$ .

dans le cas de nos conditions expérimentales, des profils de vitesse analogues à ceux développés au-dessus d'une plaque plane [3].

3.3.2. Les simulations ont conduit à l'étude de l'influence des mêmes paramètres qu'en régime laminaire [Figs. 4(a)–(c)]. Cette influence reste qualitativement la même qu'en 3.12.

4. LE CALCUL DES CONCENTRATIONS PARIETALES

Il existe en régime laminaire plusieurs méthodes de calcul [1, 10–14] des concentrations d'un réactif disparaissant à la paroi par une cinétique d'ordre  $n$ . En

régime turbulent, les travaux théoriques sont plus rares. Nous ne nous sommes intéressés, dans l'étude expérimentale, qu'aux profils pariétaux. De plus, seuls ces derniers ont un sens dans le cadre d'une simulation effectuée dans l'eau. Nous présentons donc ici une méthode de calcul utilisable en régime laminaire comme turbulent, qui a de plus l'avantage, contrairement à la plupart des méthodes développées actuellement, de pouvoir être utilisée avec un simple calculateur de bureau.

Nous chercherons tout d'abord la répartition de concentration pariétale d'un réactif subissant une

réaction de disparition sur une paroi, de cinétique  $k$  et d'ordre  $n$ . Nous supposons cette paroi plane et la zone catalytique débutant à une abscisse  $x_0$ . Ce calcul est effectué dans le cas de propriétés physiques constantes du fluide vecteur et pour une géométrie plane. Le problème est décrit par les équations (1)–(3), (4a) et (5a); (5b) devenant :

$$y = 0 \quad x < x_0 \quad m = 1$$

$$x > x_0 \quad \left. \frac{\partial m_w}{\partial y^*} \right|_{y=0} = \frac{k}{D_A} \frac{U_e}{v_A} (\rho C_e)^{n-1} m_w^n \quad (5'b)$$

4.1. Les méthodes de résolution du système (1)–(5)

Elles peuvent se classer en deux catégories : celles qui supposent connu le transfert diffusif à concentration de paroi constante, et celles qui ne font pas cette hypothèse.

Parmi les premières, la plus ancienne est celle de Frank–Kamenetskii [11] qui n'est valable que loin de  $x_0$ , lorsque  $m_w(x)$  varie peu. Nous avons montré ailleurs [3] que la méthode de Rosner, initialement établie pour  $x_0$  nul, peut être prolongée au cas d'un échelon de concentration. Toutefois, l'application pratique nécessite le calcul de fonctions auxiliaires. L'équation (3) est linéaire en  $m$ . Chambre a montré [12] que si on connaît une solution du problème lorsque la condition (5'b) est remplacée par :

$$y = 0 \quad x < x_0 \quad m = 1$$

$$x > x_0 \quad m = m_{iso} \quad (5'c)$$

cette solution pouvant s'écrire à la paroi

$$J_{w_{iso}} = C_e h(x, x_0) (1 - m_{iso}). \quad (14)$$

Alors, lorsque  $m(x, 0)$  varie sous l'influence de la réaction pariétale,  $m(x, 0) = m_w$  est solution de l'équation intégrale :

$$k(\rho C_e)^{n-1} \rho m_w^n = - \int_{x_0}^x h(x, \xi) \frac{dm_w}{d\xi} d\xi. \quad (15)$$

Nous utiliserons ici ce principe.

Au second groupe de méthodes appartiennent deux calculs proposés par Chambre et Acrivos [13, 14]. Citons enfin la méthode de Lassau [1] permettant le calcul des profils dans la couche limite dans le cas d'une répartition quelconque de catalyseur à la surface du solide.

Nous utiliserons ici le principe de superposition. En effet, il est applicable en laminaire comme en turbulent (avec quelques réserves dans ce dernier cas), pourvu que l'on connaisse l'expression du coefficient  $h(x, \xi)$ .  $h$  peut souvent prendre la forme :

$$h(x, \xi) = \Theta_p \frac{R_x^p}{x} \rho D g_p \left( \frac{x}{x_0} \right). \quad (16)$$

Dans ce cas, nous introduirons la variable réduite

$$z_p = G n_p x = \left\{ \frac{k(\rho C_e)^{n-1}}{D} \left( \frac{v}{U_e} \right)^p \times \frac{1}{\Theta_p} \right\}^{1/(1-p)} x. \quad (17)$$

L'équation (15) s'écrira alors :

$$m_w^n(z) = - \frac{1}{z_p^{1-p}} \int_{z_{o,p}}^{z_p} g_p \left( \frac{z_p}{\xi_p} \right) dm_w(\xi_p). \quad (18)$$

Nous avons supposé, et justifié dans [3], que les effets de la variation des propriétés de l'eau avec la température et de la courbure transverse pouvaient être traduits en modifiant le terme  $\Theta_p$ . La première opération correspond à une correction, la seconde à un artifice de calcul. Les formules de correction ont été établies à partir des résultats de [26–32]. Elles sont détaillées dans [3].

On sépare la courbe inconnue  $m_w(z)$  en  $N$  segments, d'extrémité  $z_i, z_{i+1}$ , supposés suffisamment petits pour que, de  $z_i$  à  $z_{i+1}$ ,  $m_w$  puisse être considéré comme linéaire.

Si nous définissons :

$$\Delta z_i = z_i - z_{i-1}$$

$$m_i = m_w(z_i)$$

$$j_i = m_i - m_{i-1}$$

et nous remarquons que

$$m_k = 1 + \sum_1^k j_i,$$

nous aurons, tous calculs effectués :

$$\left\{ 1 + \sum_1^k j_i \right\}^n = - z_k^n \sum_{i=1}^k \Gamma_i^k \frac{j_i}{\Delta z_i} \quad (19a)$$

ou

$$\Gamma_i^k = G \left\{ \frac{z_i}{z_k} \right\} - G \left\{ \frac{z_{i-1}}{z_k} \right\} \quad (19b)$$

et

$$G(z) = \int_0^z g(\xi) d\xi. \quad (19c)$$

En régime laminaire, nous avons utilisé le coefficient de convection proposée par Eckert [15] (ou sous une forme très voisine par Lighthill [16] :

$$Sh(x, x_0) = \frac{\Theta_x^{+1.2}}{\left[ 1 - \left( \frac{x_0}{x} \right)^{3/4} \right]^{1/3}} \quad (20a)$$

$\Theta = 0,332 Sc^{1/3}$  pour Eckert,  $0,336 Sc^{1/3}$  pour Lighthill,  $0,3387 Sc^{1/3} (1 - \frac{1}{45} Sc)$  pour Merk.

En turbulent, on peut utiliser les formules proposées respectivement par Rubesin et Seban :

$$Sh(x, x_0) = 0,0296 Sc^{1/3} \frac{R_x^{+0.8}}{\left[ 1 - \left( \frac{x_0}{x} \right)^{39/40} \right]^{7/39}} \quad (20b)$$

$$Sh(x, x_0) = 0,0276 Sc^{1/3} \frac{R_x^{0.8}}{\left[ 1 - \left( \frac{x_0}{x} \right)^{9/10} \right]^{1/9}}. \quad (20c)$$

Tout l'intérêt de ce formalisme vient du fait que Hartnett, dans les trois cas précédents, a tabulé les fonctions :

$$G(x) = \int_0^x g(x) dx.$$

4.2.

Dans le cas d'un transfert thermique dans de l'eau, Ishiguro [17] a montré que l'expression donnant la meilleure évaluation du coefficient de convection est celle fournie par la méthode de Spalding. On peut en résumer le principal résultat, dans le cas du flux pariétal,

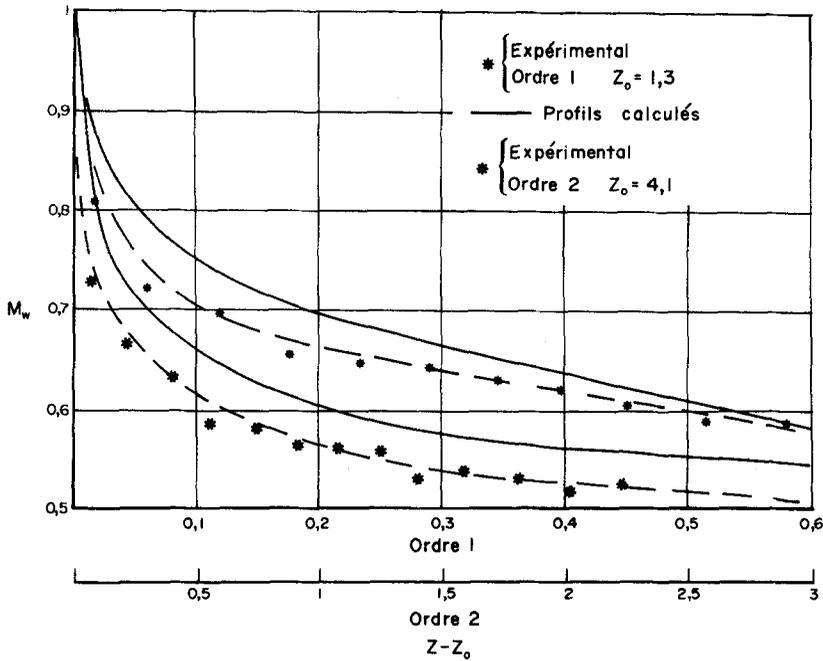


FIG. 5. Comparaison de l'expérience et du calcul du Section 4 en régime laminaire.

par l'expression du nombre de Stanton  $St$ :

$$St = \frac{J_w}{\rho U_e (C_e - C_w)} = Sc^{-1} S_p \left( \frac{C_f}{2} \right)^{1/2} \quad (21)$$

où  $S_p$  est une fonction introduite par Spalding [18] que Gardner et Kestin [19] (dans le cas d'une concentration de paroi constante) et en faisant l'hypothèse d'une loi de paroi (voir étude dynamique expérimentale), Smith et Schah [20] (dans le cas d'un flux pariétal constant) ont calculée. C'est une fonction de la variable  $x^+$  définie par:

$$\sqrt{2} x^+(x, x_0) = \int_{x_0}^x \frac{U_e}{v} \sqrt{[C_f(\xi)]} d\xi. \quad (22)$$

La concentration réduite pariétale est alors solution de l'équation:

$$m_w^n(x) = -\frac{U_e}{v} \frac{D}{k(\rho C_e)^{n-1}} \left( \frac{C_f(x)}{2} \right)^{1/2} \times \int_{x_0}^x S_p \left( \frac{U_e}{v} \int_{\xi}^x \sqrt{\frac{C_f(\psi)}{2}} d\psi \right) dm_w(\xi). \quad (23)$$

Le mode de résolution dépendra alors de la connaissance que l'on a de la répartition du coefficient de frottement au-dessus de la zone catalytique.  $C_f$  peut en effet être connu expérimentalement.

Dans le cas de nos conditions expérimentales, on peut considérer que  $C_f$  est constant sur la zone étudiée. Introduisant alors le paramètre

$$H = \frac{U_f}{v} \times \frac{D}{k(\rho C_e)^{n-1}} \quad (24)$$

où  $U_f = U_e(C_f/2)^{1/2}$  est la vitesse de frottement, constante sur la zone catalytique.  $x^+$  devient égal à  $(U_f/v)(x-x_0)$  et  $m_w$  pourra être une fonction de  $x^+$ ,

solution de:

$$m_w(x^+) = -H \int_0^x S_p(x^+ - \xi^+) \frac{dm}{d\xi^+} d\xi^+. \quad (25)$$

L'équation (25) a été résolue grâce à un formalisme voisin de celui indiqué ci-dessus. On déduit  $m_k$  de l'expression

$$m_k = -H \sum_1^k \frac{j_i}{\Delta x_i^+} I_i \quad (26)$$

où

$$I_i = - \int_{x^+ - x_i^+}^{x^+ - x_{i-1}^+} S_p(\psi) d\psi. \quad (27)$$

On peut calculer  $I_i$  de plusieurs manières: soit à partir des tables de Gardner et Kestin [19], soit à partir d'une expression analytique de  $S_p(\psi)$  donnée par Spalding [18], soit plus simplement encore en utilisant pour  $\int_0^{x^+} S_p(\psi)$  l'expression fournie par Ishiguro [24] (3).

#### 4.3.

La comparaison entre les valeurs issues de ces calculs et certaines de nos valeurs expérimentales apparaît sur les Figs. 5 et 6.

La Fig. 5 nous montre un désaccord important entre valeurs théoriques et expérimentales. Il est dû à une trop grande dimension des premiers éléments en regard de l'échelle caractéristique des paramètres diffusifs. Nous avons calculé [3] l'erreur commise en remplaçant une cinétique continue par une suite de flux constants. Elle s'exprime par la formule:

$$\Delta m = 0,1 Z^{0,76} \exp - \left( \frac{3Z_0}{Z} \right). \quad (28)$$

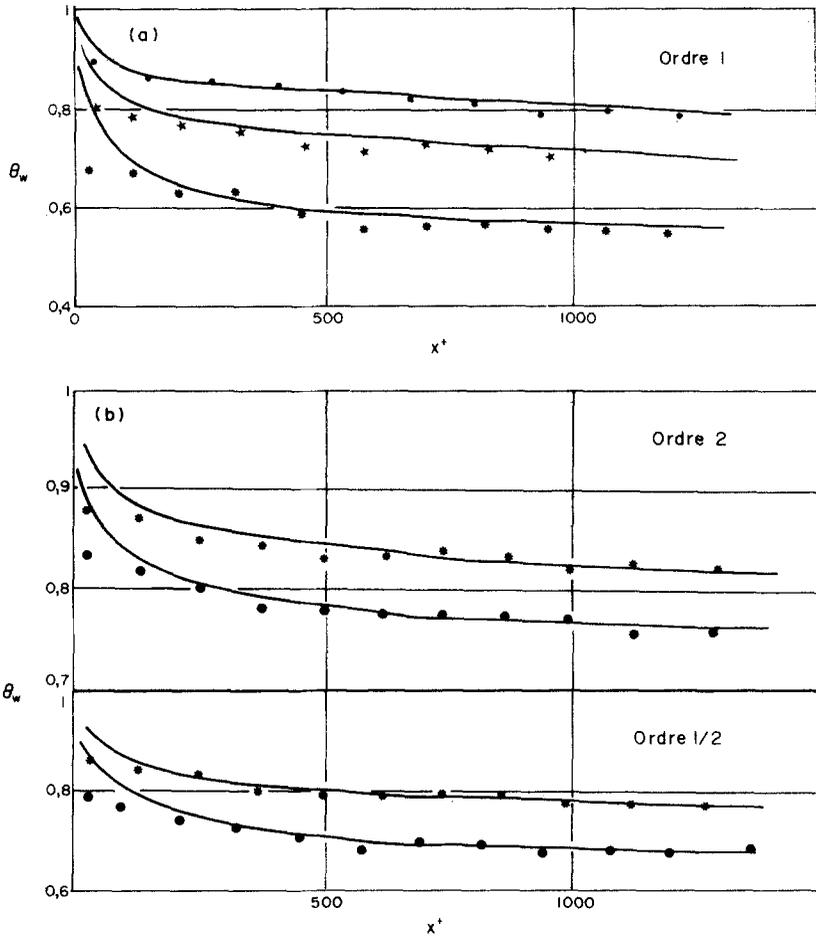


FIG. 6. Comparaison de l'expérience du calcul du Section 4 en régime turbulent: (a)  $n = 1$ ; (b)  $n = 2, n = 1/2$ .

$\Delta m$  est l'erreur commise,  $Z$  l'expression de la variable  $z$  relative à la longueur de l'élément,  $Z_0$  l'abscisse réduite du début du chauffage.

Cette formule a été ici utilisée comme une correction. Il est plus satisfaisant de l'utiliser pour évaluer l'échelle caractéristique du phénomène étudié, et ainsi, bien dimensionner les premiers éléments d'un éventuel modèle. Remarquons enfin que cette erreur est limitée aux premiers éléments, et qu'elle s'auto-corrige sur les éléments suivants.

5. L'ETUDE DU REACTEUR ANNULAIRE

5.1. Le dispositif expérimental

Le modèle cylindrique décrit en 3.1 a été entouré d'un manchon de 0,078 m de diamètre intérieur. Une zone d'établissement du régime laminaire, constituée d'un tube PVC de 15 cm de long et de 7 cm de diamètre, également centrée dans le tube. On simule ainsi un réacteur annulaire à surface active intérieure. Ecrivons en effet l'équation de transport de masse dans un espace annulaire. Nous supposons dans tout ce qui suit (tant expérimentalement que théoriquement) que le régime est laminaire établi.

On a ainsi un profil de vitesse radial unique de la forme  $u = U_m f(r)$ . Nous appelons  $U_m$  vitesse débitante,  $y$  et  $x$  les variables radiales et axiales réduites ramenées

au rayon du cylindre de plus grand diamètre  $R$ . Nous appelons  $\chi$  le rapport du cylindre intérieur à ce diamètre.

L'équation de transport s'écrit alors:

$$\frac{\partial^2 m}{\partial y^2} + \frac{1}{y} \frac{\partial m}{\partial y} + \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} + Pe f(y) \frac{\partial m}{\partial x} = 0 \tag{29}$$

avec pour  $y = \chi$

$$\frac{\partial m}{\partial y} - D_a m^n = 0. \tag{30}$$

Nous avons introduit les nombres de Péclet et de Damköhler

$$Pe = \frac{U_m R}{D} \quad D_a = \frac{k(\rho C_e)^{n-1}}{D} R. \tag{31}$$

Dans l'hypothèse d'un chauffage par la paroi intérieure, l'équation s'écrira:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{1}{y} \frac{\partial \theta}{\partial y} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + Pe_m f(y) \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \tag{32}$$

avec pour  $y = \chi$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{\chi} = \frac{\phi}{\lambda \Delta T_r}. \tag{33}$$

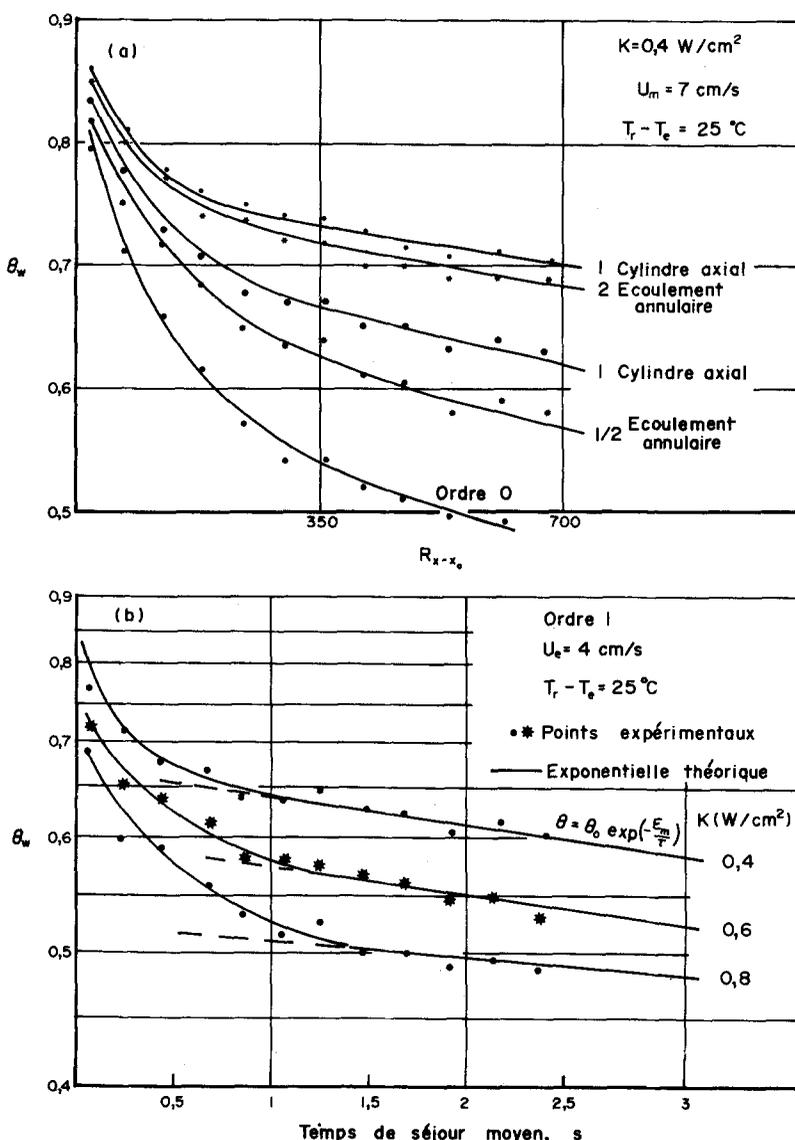


FIG. 7. (a) Etude d'un réacteur annulaire: influence de l'ordre de réaction. (b) Comparaison entre l'expérience et le calcul pour un réacteur annulaire.

Nous effectuerons donc une simulation thermique en réalisant les deux conditions:

$$Pe = Pe_{th} \quad (34)$$

$$\phi = K\theta^n \quad (35)$$

(32) correspond à (9) et (33) à (10).

### 5.3. Calcul des concentrations pariétales

La Fig. 7(a) montre qu'on peut diviser les profils en deux parties: une zone à décroissance rapide et une exponentielle.

Dans ce cas, on ne peut utiliser la méthode de calcul décrite en 4. En effet, la concentration  $C_e$  est variable avec  $x$  et devient une des solutions du problème. Nous avons donc comparé nos valeurs avec celles d'un calcul proposé par Villermaux et Houzelot [21]: ces auteurs ont étudié la zone exponentielle des profils dans le cas d'une réaction d'ordre un. Nous avons tracé la valeur de la pente de cette exponentielle sur la Fig. 7(b). La comparaison est bonne.

Notons que le calcul ne permet à l'heure actuelle de connaître que la zone exponentielle à l'ordre un. La simulation nous a permis d'explorer la zone d'établissement pour plusieurs ordres de réaction.

### 6. CONCLUSION

Nous avons ici montré quelques possibilités de la simulation thermique en tant qu'outil dans l'étude de réactions pariétales en couche limite. L'intérêt de cette méthode est multiple:

(i) Tout d'abord, elle fait appel à des mesures thermiques, plus simples à réaliser, et plus reproductibles en général que des mesures à caractère chimique.

(ii) Un modèle tel que celui que nous venons de décrire permet, pour un réacteur de géométrie donnée, l'étude sans modification du dispositif expérimental, de différentes réactions, ce qui est rarement possible en chimie.

(iii) Le phénomène est respecté dans sa structure. Ainsi, on n'a besoin, en régime turbulent, d'aucune des hypothèses de fermeture des systèmes d'équations aux corrélations.

La simulation thermique allie donc la faculté du calcul de choisir librement les paramètres, aux avantages d'une expérimentation directe qui n'appauvrit pas la réalité physique par des hypothèses restrictives.

Il faut toutefois assortir l'application de cette méthode de quelques restrictions:

(i) La couche limite de diffusion doit pouvoir être décrite à partir d'équations telles que (1-3). S'il existe un champ thermique, il doit être découplé des autres transferts. Ainsi,  $k$  peut varier avec la température, mais la répartition de celle-ci doit être connue auparavant. On ne peut ainsi simuler des phénomènes trop exothermiques, où la répartition de  $k(T)$  est aussi une solution du problème.

(ii) Le flux de masse simulé doit être suffisamment faible pour ne pas intervenir dans l'équation de l'impulsion (pas d'écoulement de Stefan-Nusselt).

(iii) La réaction simulée est obligatoirement hétérogène: on peut toutefois concevoir des points et des sources simulés par des fils chauffants ou des tubes refroidis.

Enfin, il faut remarquer qu'en régime turbulent, la simulation relie des valeurs moyennes. Ainsi, si nous écrivons une condition en turbulent:

$$J_w = (k + k')(C + C')$$

Nous avons:

$$\overline{J_w} = \overline{kC} + \overline{k'C'}$$

On ne peut simuler de réactions où le terme  $\overline{k'C'}$  est notable.

*Remerciements*—Monsieur Jean Mouard a étudié et réalisé la partie électronique du montage. Monsieur Gérard Gouesbet a étudié et réalisé l'anémomètre Laser Doppler utilisé dans ce travail. Monsieur Michel Trinite nous a fait bénéficier de son expérience en matière de turbulence. Enfin, Monsieur Bernard Mauconduit a assuré la programmation des calculs sur ordinateur à chaque fois que cela a été nécessaire.

Nous tenons à les assurer ici de notre amicale reconnaissance.

#### BIBLIOGRAPHIE

- G. Lassau, Etude d'une couche limite laminaire avec réaction chimique catalysée sur la paroi, Thèse de Doctorat ès Sciences, Paris (1967).
- M. Ledoux et J. P. Lassalles, Couche limite de diffusion avec réaction d'ordre un à la paroi, *J. Chimie Phys.* **70**(9), 1322-1329 (1973).
- M. Ledoux, Simulation thermique d'écoulements avec réaction de surface. Etude de la couche limite de diffusion en régime laminaire et turbulent. Thèse de Doctorat ès Sciences, Rouen (1975).
- R. A. Seban et R. Bond, Skin friction and heat transfer characteristics of a laminar boundary layer on a cylinder in axial incompressible flow, *J. Aeronaut. Sci.* **18**, 671 (1951).
- H. R. Kelly, A note on the laminar boundary layer on a circular cylinder in axial incompressible flow, *J. Aeronaut. Sci.* **21**, 634 (1954).
- M. B. Glauert et M. J. Lighthill, The axisymmetric boundary layer of a long thin cylinder, *Proc. R. Soc.* **230**, 188 (1955).
- R. L. Richmond, Experimental investigation of thick axially symmetric boundary layers on cylinder at subsonic and hypersonic speeds. Guggenheim aeronautical lab., Calif. Inst. of Tech. Hypersonic Res. Memo No. 39 (juin 1957).
- R. Eichhorn, E. R. G. Eckert et A. D. Anderson, An experimental study of the effects of non-uniform wall temperature on heat transfer in laminar and turbulent axisymmetric flow along a cylinder, WADC Report (juillet 1958).
- G. Gouesbet et M. Ledoux, Etude de la couche limite laminaire sur un cylindre par anémométrie Doppler-Laser, dans le cas de conditions optiques défavorables, *C.R. Hebd. Séanc. Acad. Sci., Paris* **B270**, 315 (1974).
- D. Rosner, The apparent chemical kinetics of surface reactions in external flow systems, *A.I.Ch.E. Jl* **9**(3), 321 (1963).
- D. A. Frank Kamenetskii, Diffusion and heat exchange in chemical kinetics, Princeton University Press, Princeton (1955).
- P. L. Chambre, On chemical surface reactions in hydrodynamic flows, *Appl. Scient. Res.* **A6**, 97-113 (1956).
- P. L. Chambre et A. Acrivos, Laminar boundary layer flows with surface reactions, *Ind. Engng Chem.* **49**(6), 1025-1029 (1957).
- G. Lassau et P. Le Fur, Profil des concentrations dans une couche limite laminaire figée avec réaction catalytique à la paroi. Labo. d'Aérothermique, Meudon, Rapport No. 66-3 (1966).
- E. R. G. Eckert et R. M. Drake, *Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill, New York (1959).
- M. J. Lighthill, Contribution to the theory of heat transfer through a laminar boundary layer, *Proc. R. Soc.* **A202**, 359 (1950).
- R. Ishiguro, F. Shigetomi et S. Maeda, Turbulent heat transfer from a surface having stepwise discontinuities on the wall temperature, *Bull. J.S.M.E.* **12**, 50 (1969).
- D. B. Spalding, Contribution of the theory of heat transfer across a turbulent boundary layer, *Int. J. Heat Mass Transfer* **7**, p. 743-761 (1964).
- G. O. Gardner et J. Kestin, Calculation of the Spalding function on a range of Prandtl number, *Int. J. Heat Mass Transfer* **6**, 289-299 (1963).
- A. G. Smith et V. L. Shah, The calculation of wall and fluid temperatures for the incompressible turbulent boundary-layer, with arbitrary distribution of wall heat flux, *Int. J. Heat Mass Transfer* **5**, 179-189 (1962).
- J. L. Houzelot, Etude expérimentale et théorique du transfert de matière entre un gaz et une paroi dans des réacteurs ouverts, Thèse de Doct. ès Sci. Physiques, Nancy 1 (janv. 1974).
- J. P. Hartnett, E. R. G. Eckert, R. Birkebak et R. L. Sampson, Simplified procedure for the calculation of heat transfer to surfaces with non-uniform temperature, WADC Report 56-373 (Déc. 1956).
- P. M. Chung, Chemically reacting nonequilibrium boundary-layer, in *Advances in Heat Transfer*, Vol. 2, p. 109. Academic Press, New York (1965).
- R. Ishiguro, Heat transfer from nonisothermal flat plate across a turbulent boundary layer, *Bull. J.S.M.E.* **10**, 40 (1967).
- G. Poots et G. F. Raggett, Theoretical results for variable property, laminar boundary layer in water with adverse pressure gradients, *Int. J. Heat Mass Transfer* **11**, 1513-1534 (1968).
- J. Lafay, Influence de la variation de la viscosité avec la température sur le frottement, *Int. J. Heat Mass Transfer* **17**, 815-834 (1974).
- M. Jakob et W. M. Dow, Heat transfer from a cylindrical surface to air in parallel flow with and without unheated starting sections, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs* **68**, 123 (Fév. 1946).
- H. U. Eckert, Simplified treatment of the turbulent boundary layer along a cylinder in compressible flow, *J. Aeronaut. Sci.* (janv. 1952).

29. E. M. Sparrow, E. R. G. Eckert et W. J. Minkowycz, Heat transfer and skin friction for turbulent boundary layer longitudinal to a circular cylinder, *J. Heat Transfer* **83**, 37 (March 1963).
30. Y. S. Yu, Effect of transverse curvature on turbulent boundary layers characteristics, *J. Ship. Res.* **2**, 33 (1958).
31. F. M. White, An analysis of axisymmetric turbulent flow past a long cylinder, *J. Heat Transfer* **94**(1), 200-206 (1972).
32. T. Cebeci, Eddy viscosity distributions in thick axisymmetric turbulent boundary layers, ASME paper 72-WA/FE 18 (1972).

#### STUDY BY THERMAL SIMULATION OF BOUNDARY LAYER DIFFUSION WITH SURFACE REACTIONS IN LAMINAR AND TURBULENT REGIMES

**Abstract**—Adimensional writing of mass- and heat-transfer equations leads to formally identical systems. Thus a diffusive boundary layer with wall reaction can be simulated by a thermal boundary layer, when the wall flux density and the temperature of the wall are related by an appropriate law. Such a simulation had been realized here in the case of an axial cylindrical reactor with an external active face. That study has been led in laminar and turbulent flow regimes, when putting an evidence on the action of the different parameters of the simulation. A calculus has been developed, which can be used in laminar and turbulent cases. The results have been compared with experimental values. The method of thermal simulation has also been applicated to the cases of catalytic wake and annular reactor.

#### UNTERSUCHUNG LAMINARER UND TURBULENTER DIFFUSIONSGRENZSCHICHTEN MIT WANDREAKTIONEN UNTER VERWENDUNG EINER THERMISCHEN SIMULATION

**Zusammenfassung**—Eine dimensionslose Schreibweise der Wärme- und Stoffübergangsgleichungen führt zu formal identischen Systemen. Daher kann man eine Diffusionsgrenzschicht mit Wandreaktion durch eine thermische Grenzschicht mit Wandwärmestrom simulieren. Eine solche Simulation wird für einen zylindrischen Reaktor mit aktiver Außenoberfläche durchgeführt. Es wird der laminare und der turbulente Fall untersucht und der Einfluß der verschiedenen Simulationsparameter verdeutlicht. Sowohl für den laminaren, wie für den turbulenten Fall wird ein Rechenverfahren aufgestellt und ein Vergleich mit Meßwerten durchgeführt. Die thermische Simulationsmethode wird außerdem auf die katalytische Verwirbelung und auf den Ringreaktor angewandt.

#### ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ТЕПЛОВОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ К ИССЛЕДОВАНИЮ ДИФФУЗИОННОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ С РЕАКЦИЕЙ НА ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ЛАМИНАРНОМ И ТУРБУЛЕНТНОМ РЕЖИМАХ ТЕЧЕНИЯ

**Аннотация** — Запись уравнений тепло- и массообмена в безразмерном виде приводит к формально идентичным системам уравнений. Таким образом, с помощью теплового пограничного слоя, где плотность теплового потока на стенке и температура стенки подчинены определенному закону, можно смоделировать диффузионный пограничный слой с реакцией на стенке. Такое моделирование использовалось в случае аксиального цилиндрического реактора с активной внешней поверхностью. Исследование проводилось при ламинарном и турбулентном режимах течений с учетом влияния различных параметров. Построена численная программа, которую можно использовать для расчета при указанных режимах. Проведено сравнение полученных результатов с экспериментальными данными. Метод теплового моделирования применялся также в случае наличия следа за телом при каталитической реакции и для кольцевого реактора.